

Introducción a las Estructuras Algebraicas

Examen 1

Prof. Mauricio Medina

5 de Febrero de 2020

1. Demuestre la ley de cancelación para el producto en \mathbb{N} : si $a, b, c \in \mathbb{N}$ y $ac = bc$, entonces $a = b$.
2. Usando inducción demuestre que:
 - a) $0 + 1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
 - b) $0 + 1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
 - c) $1 + 2^n \leq 3^n$
 - d) $0 + 5 + 10 + 15 + \dots + 5n = \frac{5n(n+1)}{2}$
3. Fije un entero $m \geq 1$ y defina la relación siguiente en \mathbb{Z} : xRy si m divide a $x - y$, ie, $m|x - y$. Demuestre que R es una relación de equivalencia en \mathbb{Z} .
4. En el conjunto \mathbb{N} definimos la relación $m \preceq n$ de la siguiente manera:

$$m \preceq n \Leftrightarrow \begin{cases} m, n \text{ son pares y } m \leq n \\ m, n \text{ son impares y } m \leq n \\ m \text{ es par y } n \text{ es impar} \end{cases}$$