

Tarea 2.2  
Algebra Lineal Aplicada II  
Prof. Mauricio Medina

*Esta tarea **no se entrega**. Está pensada como una guía de estudio para el examen parcial. Cualquier duda se puede resolver en el salón de clases o en el horario de oficina, tanto con el profesor como con el ayudante.*

- Sean  $W_1, W_2$  subespacios de un espacio vectorial  $V$ . Vea que la intersección  $W_1 \cap W_2$  también es un subespacio vectorial de  $V$ .
- Recuerde que los números complejos es el conjunto

$$\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}.$$

Vea que el conjunto  $\{1, i\}$  es una base de  $\mathbb{C}$  como  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial.

- Complete el siguiente conjunto de vectores en  $\mathbb{R}^4$

$$\{(-1, 2, 8, 0), (3, \frac{2}{5}, 7, -1), (-2, 5, 0, 6)\}$$

a una base.

- Considere el siguiente conjunto de vectores en  $P_2(\mathbb{R})$

$$A = \{1 - x, 2x, x^2 - x + 3, x^2 - 2\}$$

¿algún subconjunto de  $A$  es una base para  $P_2(\mathbb{R})$ ?

- Considere el conjunto de matrices de  $2 \times 2$  tal que sus entradas están en  $P_2(\mathbb{R})$ :

$$M_{2 \times 2}(P_2(\mathbb{R})) = \left\{ \begin{pmatrix} a(x) & b(x) \\ c(x) & d(x) \end{pmatrix} \mid a(x), b(x), c(x), d(x) \in P_2(\mathbb{R}) \right\}$$

Este conjunto es un  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial con la suma de matrices (sumar entrada a entrada los polinomios) y el producto por escalar (multiplicar cada entrada). Ahora, considere el subconjunto

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a(x) & b(x) \\ c(x) & d(x) \end{pmatrix} \mid b = 3a \text{ y } a + d \text{ es } 0 \text{ o no tiene término constante} \right\}$$

- Vea que  $W$  es un subespacio de  $M_{2 \times 2}(P_2(\mathbb{R}))$ .
  - De una base para  $W$ .
  - ¿Cuál es la dimensión de  $W$ ?
- De la dimensión de los subespacios de los ejercicios 1, 2, 3 y 4 de la Tarea 1.
  - Considere los siguientes conjuntos de vectores en  $\mathbb{R}^3$

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\gamma = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

Vea que  $\beta$  y  $\gamma$  son bases de  $\mathbb{R}^3$  y de las matrices de cambio de base  $A_\gamma^\beta$  y  $A_\beta^\gamma$ .

- Considere los siguientes conjuntos de vectores en  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\gamma = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Vea que  $\beta$  y  $\gamma$  son bases de  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  y de las matrices de cambio de base  $A_\gamma^\beta$  y  $A_\beta^\gamma$ .